

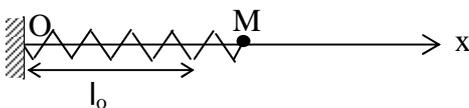
TD MECANIQUE : Etude énergétique d'un point matériel

Exercice 1 : Calcul de travaux

- **Travail d'une force constante (exemple du poids)**

- 1) Déterminer l'expression du travail d'une force constante \vec{F}_0 au cours d'un trajet quelconque A_1A_2 .
- 2) Application à la force de pesanteur terrestre.

- **Force de rappel d'un ressort**



Le point matériel M est soumis à la force $\vec{f} = -k(\overline{OM} - \overline{OM}_0) = -k(x - l_0) \cdot \vec{e}_x$

Calculer le travail de \vec{f} lorsque M passe de A (x_A) à B (x_B).

- **Travail des forces de frottement**

A) frottement solide :

Un point matériel M (masse m) glisse sur un rail horizontal. Le coefficient de frottement est noté f. Il part de O avec une vitesse initiale \vec{v}_0 suffisante pour parvenir en B (x_B) où il rebondit sur une paroi verticale, sa vitesse après le choc en B étant opposée à sa vitesse avant le choc, et repasse par le point A (x_A) situé entre B et O.

- 1) Exprimer la force de frottement solide en fonction de m, f et g (module de l'accélération de pesanteur) à l'aide des lois de Coulomb rappelées ci-dessous.
- 2) Exprimer le travail de la force de frottement au cours :
 - a) du trajet direct OA
 - b) du trajet OBA.

Rappel : Les actions de contact obéissent aux lois de Coulomb :

* **Absence de glissement** : M immobile sur le support S : $\|\vec{R}_t\| \leq f_0 \cdot \|\vec{R}_n\|$ f_0 coefficient statique de frottement

* **Glissement** du point matériel sur S : $\|\vec{R}_t\| = f \cdot \|\vec{R}_n\|$ f coefficient dynamique de frottement ($f=0$ en l'absence de frottement)

B) frottement fluide :

Un point matériel M, de masse m, est en mouvement circulaire uniforme (rayon R et vitesse v_0). Il est soumis entre autre, à une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha \cdot \vec{v}$ ($\alpha =$ constante positive).

Déterminer le travail de cette force après n tours complets.

- **Applications du théorème de l'énergie cinétique (TEC)**

Exercice 2 : Détermination d'une distance de freinage

1) Déterminer la distance D de freinage d'une voiture lancée à la vitesse v_0 sur une route horizontale en fonction de v_0 , f (coefficient de frottement entre les roues et la route) et g (module de l'accélération de pesanteur).

Conseil : On utilisera le résultat trouvé à la question A)1) de l'exercice 1.

2) AN : $v_0 = 40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $f = 0,6$ (route sèche) puis $f = 0,2$ (route mouillée).

Exercice 3 : Le TEC, une approche différente du PFD

1) Retrouver les deux expressions de la vitesse du solide au point A avec et sans frottement de l'exercice 4 du TD dynamique.

2) Retrouver l'expression de $\dot{\theta}^2$ en fonction de θ , $\dot{\theta}_0^2 = \dot{\theta}^2(t=0)$, l, θ_0 (On prendra $\theta_0 = 0$) et g de la question 2) de l'exercice 2 du TD dynamique.

Exercice 4 : Calcul d'énergie potentielle

Déterminer les énergies potentielles dont dérivent les champs de forces suivants :

1) **Force constante** : $\forall M \quad \vec{f}(M) = \vec{f}_0$.

Application : déterminer l'énergie potentielle dont dérive la **force de pesanteur** en supposant l'accélération de la pesanteur \vec{g} constante. On prendra $E_p = 0$ pour $z = 0$.

2) **Force de rappel élastique** : $\vec{f} = -k(\overline{OM} - \overline{OM}_0) = -k(x - l_0) \cdot \vec{e}_x$

3) **Force newtonienne** (gravitationnelle ou électrostatique) : $\vec{f}(M) = -K \frac{\vec{e}_r}{r^2} \quad \overline{OM} = r \cdot \vec{e}_r$

- **Application du théorème de l'énergie mécanique (TEM)**

Exercice 5 : Le TEM, une approche différente du PFD

1) Retrouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par X (allongement du ressort) de l'exercice 1 partie 1) **Cas d'un mouvement horizontal** du TD dynamique.

2) Retrouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par θ de l'exercice 2 du TD dynamique.

Exercice 6 : Distance minimale d'approche

Une particule α (masse m et charge $+2e$) est lancée vers un noyau immobile de charge Ze. La trajectoire est portée par la demi-droite Ox d'un référentiel galiléen dont l'origine est confondue avec le noyau. La particule vient de l'infini avec une vitesse \vec{v}_0 très loin du noyau.

On rappelle que la charge $Q = Ze$ en O exerce sur la charge $q = 2e$ de la particule α la force de Coulomb :

$$\vec{f} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\overline{OM}}{OM^3}$$

1) Montrer que l'énergie mécanique de cette particule est une constante du mouvement.

2) Calculer cette énergie mécanique en J et en MeV ($1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$).

3) Calculer la distance minimale d'approche de la particule α au noyau.

On donne $Z = 56$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 6,63 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ S.I.}$; $v_0 = 19\,200 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.